

Pengembangan Media Pembelajaran Dalam Penentuan Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

Oleh :

Dwijo Susanto¹⁾ Mujiyem Sapti²⁾

¹⁾ SMP Negeri 40 Purworejo

²⁾ Jurusan Pendidikan Matematika FKIP Universitas Muhammadiyah Purworejo

¹⁾ Desa Kalikotes Kecamatan Pituruh Purworejo

²⁾ Jalan KHA. Dahlan 3 Purworejo KP: 54111 *e-mail: saptimoedji@yahoo.com*

Abstrak

Guru merupakan salah satu faktor yang menentukan keberhasilan belajar siswa. Oleh karena itu guru dituntut untuk mampu menciptakan suasana belajar yang memberikan pengalaman belajar pada siswa. Hal ini menimbulkan permasalahan yaitu bagaimana cara menciptakan suasana belajar yang memberikan pengalaman belajar bagi siswa. Dalam pembelajaran pokok bahasan Persamaan linear dua variabel, seringkali siswa ditunjukkan tentang cara penyelesaian persamaan linear dua variabel berdasarkan rumus saja. Hal itu membuat siswa hanya dapat menggunakan rumus itu tanpa mengerti mengapa demikian. Agar pembelajaran bermakna, perlu dipikirkan langkah pembelajaran yang membawa anak untuk mengalami sendiri dalam memperoleh pengetahuannya. Mengalami sendiri maksudnya adalah benar-benar mengalami sendiri ataupun dalam bentuk simulasi menggunakan media.

Media yang dikembangkan adalah model uang ribuan dan model buah-buahan. Alat yang digunakan adalah Lembar Kerja Siswa yang berisi petunjuk penggunaan media tersebut serta hasil pekerjaan siswa. Dengan berkelompok, siswa diberi permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan penyelesaian persamaan linear dua variabel. Dengan petunjuk dalam LKS, siswa secara berkelompok mencoba menyelesaikan permasalahan tersebut. Selanjutnya, guru memandu siswa untuk menyusun kalimat matematika dari masalah tersebut dan cara menentukan penyelesaiannya. Siswa dibawa untuk menuju ke konsep eliminasi dan substitusi. Dengan demikian, siswa tidak hanya hafal rumus eliminasi, maupun substitusi, melainkan mengerti makna penyelesaian permasalahan tersebut.

Kata Kunci: pengembangan media, penyelesaian SPLDV, pembelajaran bermakna

Pendahuluan

Pendidikan merupakan salah satu aspek yang berperan penting dalam kehidupan. Suatu negara akan dapat mencapai kemajuan teknologi, jika kualitas pendidikan negara itu baik. Kualitas pendidikan dipengaruhi oleh banyak faktor. Dari faktor siswa, pengajar, sarana prasarana, dan dapat pula karena faktor lingkungan. Matematika merupakan ilmu yang mempunyai ciri-ciri khusus, salah satunya adalah penalaran dalam matematika yang bersifat deduktif aksiomatis yang berkenaan dengan ide-ide, konsep-konsep, dan simbol-simbol yang abstrak serta tersusun secara hierarkis. Oleh karena itu pendidikan dan pengajaran matematika perlu ditangani dengan serius. Penanganan yang serius akan membuat siswa lebih memahami matematika dan dapat menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari. Siswa diharapkan tidak sekadar menghafal rumus-rumus matematika, melainkan dapat menggunakannya dalam memecahkan permasalahan sehari-hari di sekitar mereka. Oleh karena itu dalam belajar sebaiknya ada proses mengalami yang dapat diperoleh dari mengalami langsung ataupun dengan simulasi alat peraga. Hal ini sejalan dengan pengertian belajar menurut Anni (2006: 2) bahwa belajar merupakan suatu proses penting bagi perubahan perilaku manusia dan ia mencakup segala sesuatu yang dipikirkan dan dikerjakan. Penyajian permasalahan yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari dalam mata pelajaran matematika akan membawa siswa mengerti manfaat dari ilmu yang mereka pelajari. Permasalahan yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari (permasalahan

kontekstual) dapat disajikan dalam bentuk soal cerita. Soal cerita terdapat pada setiap akhir pokok bahasan mata pelajaran matematika.

Guru sebagai salah satu factor yang menentukan keberhasilan belajar siswa dituntut untuk mampu menciptakan suasana belajar yang memberikan pengalaman belajar pada siswa. Hal ini menimbulkan permasalahan yaitu bagaimana cara menciptakan suasana belajar yang memberikan pengalaman belajar bagi siswa. Menurut Sumarmo (2003: 6) bahwa dengan mengacu pada tuntutan dan harapan yang harus dimiliki oleh seorang guru matematika, maka pembelajaran matematika termasuk evaluasi hasil belajar siswa yang hendaknya mengutamakan pada pengembangan “ daya matematik “ (*mathematical power*) siswa yang meliputi:

1. Kemampuan mengajak, menyusun konjektur, dan menalar secara logik.
2. Menyelesaikan soal yang tidak rutin.
3. Menyelesaikan masalah (*problem solving*).
4. Berkomunikasi secara matematik.
5. Mengkaitkan ide matematik dengan kegiatan intelektual lainnya.

Dalam pembelajaran pokok bahasan Persamaan linear dua variabel, seringkali siswa ditunjukkan tentang cara penyelesaian persamaan linear dua variabel berdasarkan rumus saja. Hal itu kadangkala membuat siswa menganggap bahwa mereka memang harus menghafalkan rumus tersebut. Karena itulah penulis tertarik untuk menyajikan pembelajaran yang menciptakan peruses belajar sebagai proses mengalami pada pembelajaran pokok bahasan persamaan linear dua variabel Permasalahan yang muncul adalah bagaimana menjelaskan konsep persamaan linear dua variuabel secara konkret dan alat peraga seperti apa yang dapat digunakan untuk menjelaskan atau menemukan konsep penyelesaian persamaan linear dengan dua variabel. Penulis memiliki tujuan untuk membuat pembelajaran persamaan linear dua variabel dengan menggunakan konsep kontekstual dan menggunakan alat peraga benda yang sehari-hari dikenal siswa.

Metode

Metode yang dapt digunakan dalam pengembangan media pembelajaran ini adalah pembelajaran dengan model pembelajaran pemecahan masalah. Pemecahan masalah merupakan suatu kegiatan yang didesain oleh guru dalam rangka memberi tantangan kepada siswa melalui penugasan (pertanyaan) matematika. Pembelajaran pemecahan masalah mencakup kegiatan melatih siswa agar menguasai atau terampil menggunakan metode pemecahan masalah. Dapat juga dikatakan bahwa model pembelajaran pemecahan masalah adalah suatu model pembelajaran yang menuntut siswa untuk berfikir tingkat tinggi dimana siswa diberikan soal-soal untuk mereka selesaikan. Menurut Amin Suyitno (2004: 35) suatu soal hanya dapat disebut sebagai problem bagi siswa jika dipenuhi syarat-syarat berikut:

1. Siswa memiliki pengetahuan prasyarat untuk mengerjakan soal itu .
2. Siswa belum mengetahui algoritma/cara pemecahan soal tersebut.
3. Siswa mau dan berkehendak untuk menyelesaikan soal tersebut.
4. Soal tersebut terjangkau dikerjakan oleh siswa.

Oleh karena itu, sebelum pembelajaran mengenai penyelesaian SPLDV dimulai, terlebih dahulu siswa diberi permasalahan sehari-hari untuk dipecahkan tanpa menggunakan rumus. Menurut Amin Suyitno (2005: 1) soal cerita adalah soal yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari (*contextual problem*). Kehadiran soal cerita dalam setiap akhir pokok bahasan dalam pelajaran matematika dimaksudkan agar siswa

mengetahui manfaat/kegunaan dari pokok bahasan yang telah dipelajarinya. Kemampuan menyelesaikan soal cerita merupakan kemampuan siswa untuk dapat memecahkan dan menyelesaikan masalah dalam bentuk soal cerita yaitu soal-soal yang berhubungan dengan permasalahan yang ada dalam kehidupan sehari-hari. Hanya saja sekarang, soal cerita tersebut justru diberikan di awal pembelajaran.

Siswa dibagi dalam kelompok kecil untuk mencoba menyelesaikan permasalahan dengan mengikuti petunjuk dalam lembar kerja. Siswa berdiskusi dalam kelompok mengenai langkah-langkah penyelesaian masalah tersebut. Guru memberi kesempatan pada siswa untuk menyampaikan hasil diskusinya. Selanjutnya guru memandu siswa untuk membawa penyelesaian dari masalah tersebut menuju ke teori penyelesaian SPLDV. Kegiatan ini akan memacu daya nalar siswa. Ini diharapkan sesuai dengan indikator yang menunjukkan adanya penalaran (TIM PPPG Matematika, 2005: 59) antara lain:

1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.
2. Mengajukan dugaan (*conjectures*).
3. Melakukan manipulasi matematika.
4. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.
5. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
6. Memeriksa kesahihan suatu argumen.
7. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat kesimpulan.

Pembahasan

Persamaan linear dua variabel merupakan persamaan yang memiliki dua variabel dengan pangkat tertinggi satu, dinyatakan dengan:

$$ax + by + c = 0, \text{ dengan } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ dan } a, b \text{ tidak bersama-sama nol.}$$

Menyelesaian persamaan yaitu mencari pengganti dari variabel sehingga kalimat terbuka menjadi kalimat yang bernilai benar.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan $2x + 3y = 6$, dengan $x \in \{ 0, 1, 2, 3 \}$ dan $y \in B$

Penyelesaian:

Untuk $x = 0$, maka $2.0 + 3y = 6$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

Untuk $x = 2$, maka : $2.2 + 3y = 6$

$$3y = 6 - 4$$

$$3y = 2$$

$$y = 2/3 \text{ (tidak memenuhi)}$$

Untuk $x = 0$ dan $y = 2$ ditulis dalam pasangan berurutan $(0, 2)$

Untuk $x = 1$, maka : $2.1 + 3y = 6$

$$2 + 3y = 6$$

$$3y = 4$$

$$y = 4/3 \text{ (tidak memenuhi)}$$

Untuk $x = 3$, maka : $2.3 + 3y = 6$

$$3y = 0$$

$$y = 0$$

Untuk $x = 3$ dan $y = 0$ ditulis sebagai pasangan berurutan $(3, 0)$

Jadi, $(0, 2)$ dan $(3, 0)$ merupakan penyelesaian.

Dari contoh tersebut, jika $x, y \in \mathbb{R}$, maka ada tak terhingga banyak pasangan berurutan dalam himpunan penyelesaian. Bila himpunan penyelesaiannya digambar grafiknya akan berupa titik-titik yang tak terhingga pula banyaknya, semua terletak pada suatu garis lurus yang melalui titik $(0, 2)$ dan $(3, 0)$.

Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV) terdiri atas dua persamaan linear dua variabel, yang keduanya tidak berdiri sendiri, sehingga kedua persamaan hanya memiliki satu penyelesaian. Penyelesaian PLDV dilakukan dengan menentukan pasangan pengganti x dan y sehingga persamaan tersebut bernilai benar. Perhatikan dua persamaan linier berikut: $x + y = 3$ dan $2x - 3y = 1$. Dari kedua persamaan ini, kita harus menentukan pasangan pengganti x dan y , sehingga kedua persamaan menjadi kalimat yang bernilai benar. Artinya pengganti x dan y untuk persamaan $x + y = 3$, juga harus memenuhi persamaan $2x - 3y = 1$. Oleh karena itu, hanya ada satu penyelesaian dari kedua persamaan tersebut yang merupakan pasangan x dan y yang biasa ditulis dalam pasangan berurutan (x, y) . Sistem persamaan linear dua variabel mempunyai beberapa alternatif penyelesaian yaitu:

1. mempunyai penyelesaian tunggal,
2. mempunyai banyak penyelesaian, dan
3. tidak mempunyai penyelesaian.

Untuk menentukan penyelesaian SPLDV dapat digunakan beberapa metode.

1. Metode grafik

Untuk menentukan himpunan penyelesaian SPLDV dengan cara grafik, digunakan langkah-langkah berikut :

- a. Menggambar garis dari kedua persamaan pada bidang kartesius
 - b. Koordinat titik potong dari kedua garis merupakan himpunan penyelesaian
- Jika kedua garis tidak berpotongan (sejajar), maka SPLDV tidak mempunyai penyelesaian.

2. Metode Substitusi

Substitusi artinya mengganti. Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

- a. Menyatakan variable dalam variable lain, misal menyatakan x dalam y atau sebaliknya.
- b. Mensubstitusikan persamaan yang sudah kita rubah pada persamaan yang lain
- c. Mensubstitusikan nilai yang sudah ditemukan dari variabel x atau y ke salah satu persamaan.

3. Metode Eliminasi

Eliminasi artinya menghilangkan salah satu variable. Pada cara eliminasi, koefisien dari variabel harus sama atau dibuat sama. Langkah-langkah yang digunakan adalah:

- a. Nyatakan kedua persamaan ke bentuk $ax + by = c$
- b. Samakan koefisien dari variabel yang akan dihilangkan, melalui cara mengalikan dengan bilangan yang sesuai (tanpa memperhatikan tanda): jika koefisien dari variabel bertanda sama (sama positif atau sama negatif) maka kurangkan kedua persamaan, jika koefisien dari variabel yang dihilangkan tandanya berbeda (positif dan negatif), maka jumlahkan kedua persamaan.

Selama ini, pembelajaran penyelesaian SPLDV selalu menggunakan langkah-langkah dengan petunjuk langsung seperti tersebut. Karena itu, siswa cenderung memperoleh dengan mudah dan langsung, sehingga kemampuan penalaran dan komunikasi mereka kurang berkembang.

Dari kenyataan tersebut, penulis mencoba menyusun dan mengembangkan media pembelajaran yang menciptakan suasana belajar yang sesungguhnya dari proses mengalami. Dalam hal ini mengalami bukan situasi yang sesungguhnya tetapi dengan pemodelan. Sebelum memulai pembelajaran tentang persamaan linear dua variabel, terlebih dahulu disusun dan disiapkan indikator apa saja yang diperlukan dalam pembelajaran materi tersebut. Indikator-indikator tersebut adalah:

1. mengenal model matematika dari masalah sehari-hari yang melibatkan sistem persamaan linear dua variabel;
2. menyelesaikan masalah sehari-hari yang melibatkan sistem persamaan linear dua variabel dengan model matematika; dan
3. menentukan penyelesaian sistem persamaan linear satu variabel dari masalah sehari-hari dengan model matematika.

Langkah selanjutnya adalah mempersiapkan siswa untuk mempraktikkan kegiatan yang telah dipersiapkan untuk menemukan konsep tentang persamaan linear dua variabel. Praktik ini dipersiapkan dengan tujuan agar setelah selesai praktik:

1. siswa mampu menyusun model matematika dari masalah sehari-hari yang melibatkan sistem persamaan linear dua variabel;
2. siswa mampu menyelesaikan masalah sehari-hari yang melibatkan sistem persamaan linear dua variabel dengan model matematika; dan
3. siswa mampu menentukan akar sistem persamaan linear satu variabel dari masalah sehari-hari dengan model matematika.

Selanjutnya dipersiapkan alat peraga yang akan digunakan yaitu benda-benda yang ada di sekitar siswa seperti buah, buku, pensil, dan lain-lain serta uang baik uang asli maupun uang monopoli. Adapun langkah kerja praktik siswa adalah sebagai berikut.

1. Perhatikan masalah berikut.

Andi ingin membeli sebuah mangga dan sebuah apel. Uang yang dimilikinya Rp. 2500,00. Ia tidak tahu harga per buah apel dan mangga sehingga ia tidak tahu apakah uang yang dimilikinya cukup untuk memenuhi keinginannya. Sebenarnya ia dapat bertanya pada pemilik warung, tetapi karena malu dan takut dimarahi, ia tidak jadi bertanya. Andi mengamati, ada ibu-ibu yang membeli 2 buah apel dan 3 buah mangga dan membayar Rp. 8.000,00. Kemudian, seorang anak datang membeli satu buah apel dan 2 buah mangga dengan membayar Rp. 5.000,00. Selanjutnya, coba pikirkan, apakah uang Andi cukup untuk membeli satu buah apel dan satu buah mangga ?

2. Untuk mencoba mencari penyelesaian dari masalah tersebut ikuti petunjuk berikut.
 - a. Ambil 10 model buah apel, 17 model buah mangga, 42 lembar model uang seribuan, dan kertas tempel yang akan digunakan. Sebenarnya model yang dapat disiapkan sembarang bisa jadi lebih dari yang telah diperintahkan guru.
 - b. Kalimat pertama berbunyi "ibu-ibu membeli 2 buah apel dan 3 buah mangga seharga Rp. 8.000,00". Maka yang perlu diambil dan dipersiapkan adalah 2 model apel, 3 model mangga, dan 8 model uang seribuan. Tempelkan 2 buah model apel, 3 buah model mangga, dan 8 lembar model uang seribuan pada lembar yang telah tersedia.
 - c. Kalimat kedua berbunyi "seorang anak membeli satu buah apel dan 2 buah mangga seharga Rp. 5.000,00". Maka yang perlu disiapkan dan diambil adalah 1 model buah apel, 2 model buah mangga, dan 5 lembar model uang ribuan. Tempelkan 1 buah model apel, 2 buah model mangga, dan 5 lembar model uang seribuan pada lembar yang telah tersedia.

- d. Dari langkah b dan langkah c selanjutnya dapat disusun model matematika dari masalah tersebut seperti berikut.

d.1

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} \text{Apel} & + & \text{Mangga} \end{array} = \begin{array}{c} \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \end{array}
 \end{array}$$

d.2

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} \text{Apel} & + & \text{Mangga} \end{array} = \begin{array}{c} \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \end{array}
 \end{array}$$

- e. Dari model matematika tersebut selanjutnya akan ditentukan kesamaan antara satu model apel dan satu model mangga dengan nominal model uang. Ambil bagian dari model pada d.1 sehingga menjadi kalimat seperti model d.2. Gambar yang tipis merupakan model yang diambil. Jadi yang diambil adalah satu model apel, satu model mangga, dan tiga model uang ribuan. Hasilnya ditunjukkan gambar berikut.

e.1

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} \text{Apel} & + & \text{Mangga} \end{array} = \begin{array}{c} \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \end{array}
 \end{array}$$

e.2

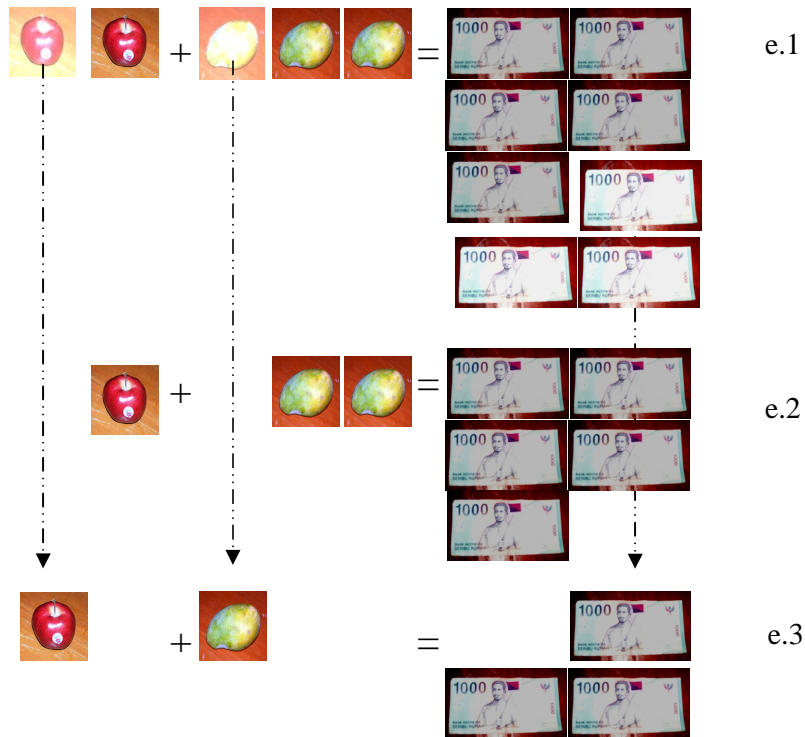
$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} \text{Apel} & + & \text{Mangga} \end{array} = \begin{array}{c} \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \end{array}
 \end{array}$$

e.3

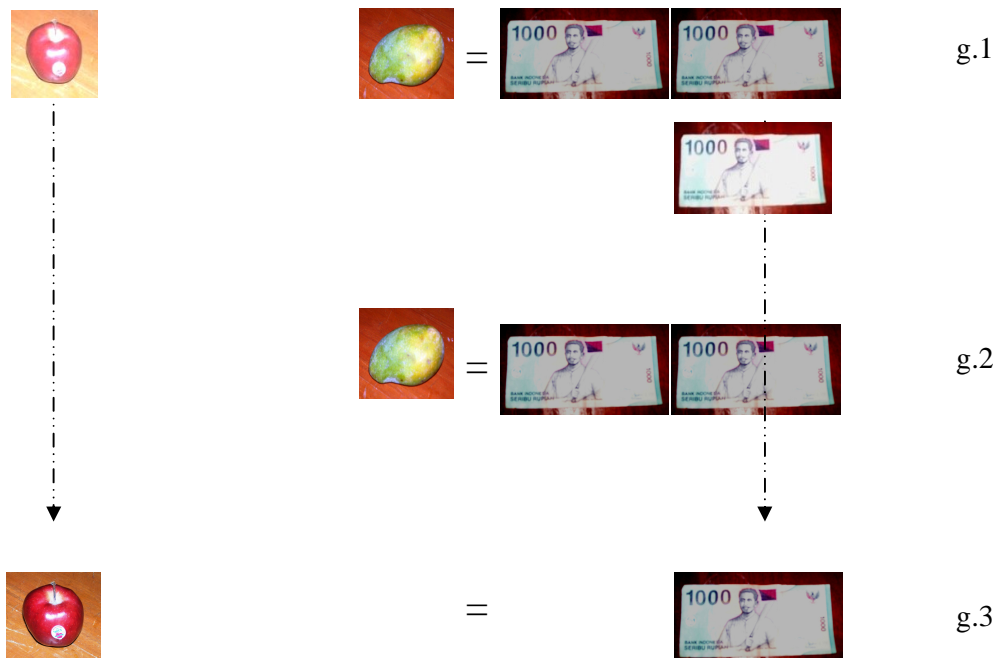
$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} \text{Apel} & + & \text{Mangga} \end{array} = \begin{array}{c} \text{1000} \\ \text{1000} \\ \text{1000} \end{array}
 \end{array}$$

Gambar e.3 diperoleh dari e.1 yang dikurangi agar sama dengan e.2 ,

- f. Ambil model pada e.2 sehingga menjadi kalimat seperti model e.3 dan diperoleh model berikut.



- g. Ambil model pada f.2 oleh f3 sehingga menjadi kalimat seperti model berikut.



h. Kesimpulan

Dari hasil praktikum diperoleh harga masing-masing buah sebagai berikut :



Dengan demikian, uang Andi tidak cukup untuk membeli sebuah apel dan sebuah mangga, tapi hanya cukup jika dua buah apel atau satu buah mangga saja..

Selanjutnya guru memandu siswa untuk membawa hasil kerja siswa menuju penyelesaian SPLDV berikut:

1. Dari langkah d diperoleh model matematika:

d1. $2x + 3y = 8000$ dengan x menyatakan harga perbuah apel dan y menyatakan harga perbuah mangga.

d2. $x + 2y = 5000$

Akan dicari harga perbuah apel dan harga perbuah mangga untuk mengetahui apakah uang Andi cukup untuk membeli sebuah apel dan sebuah mangga.

2. Langkah e pada hakekatnya menyederhanakan dengan caramengurangi e1 oleh e2 sehingga diperoleh e3 berikut.

e1. $2x + 3y = 8000$

e2. $x + 2y = 5000$ –

e3. $x + y = 3000$

3. Langkah f dilakukan dengan mengurangi e2 oleh e3 sehingga diperoleh:

f1. $x + 2y = 5000$

f2. $x + y = 3000$ –

f3. $y = 2000$

4. Langkah g dilakukan dengan mengurangi f2 oleh f3 sehingga diperoleh:x

g1. $x + y = 3000$

g2. $y = 2000$ –

g3. $x = 1000$

Dengan demikian diperoleh $x = 1000$ dan $y = 2000$. Langkah-langkah tersebut sebenarnya dilakukan untuk menghilangkan dengan cara mengurangi(dalam hal ini dilakukan dua kali pengurangan). Hal ini sesuai dengan konsep eliminasi(pelenyapan/penghilangan).

Penutup

Dengan pengembangan media berupa model buah dan uang serta bantuan LKS, dapat dikembangkan kemampuan nalar siswa untuk memecahkan soal cerita *nonroutin* tanpa ditunjukkan terlebih dahulu langkah untuk menyelesaikannya. Dengan berkelompok, siswa diberi permasalahan sehari-hari yang berkaitan dengan penyelesaian persamaan linear dua variabel. Dengan petunjuk dalam LKS, siswa secara berkelompok mencoba menyelesaikan permasalahan tersebut. Selanjutnya, guru memandu siswa untuk menyusun kalimat matematika dari masalah tersebut dan cara menentukan penyelesaiannya. Siswa dibawa untuk menuju ke konsep eliminasi dan substitusi. Dengan demikian, siswa tidak hanya hafal rumus eliminasi,maupun substitusi, melainkan mengerti makna penyelesaian permasalahan tersebut.

Daftar Pustaka

- Anni, Catharina dkk. 2006. *Psikologi Belajar*. Semarang: UPT MKK UNNES.
- Sugandi, Achmad dkk. 2004. *Teori Belajar*. Jakarta
- Sumarmo, Utari. 2004. *Pembelajaran Keterampilan Membaca dan Berfikir Matematika Tingkat Tinggi Pada Siswa Sekolah Menengah dan Mahasiswa Calon Guru, makalah disajikan dalam rangka penelitian Hibah Pascasarjana UPI tahun 2003 / 2004*.
- Suyitno, Amin. 2004. *Dasar-Dasar dan Proses pembelajaran Matematika I*. Semarang: Jurusan Matematika FMIPA UNNES.
- Suyitno, Amin. 2005. *Mengadopsi Model Pembelajaran Cooperative Learning Tipe CIRC (Cooperative Integrated Reading and Composition) Dalam Meningkatkan Keterampilan Siswa Menyelesaikan Soal Cerita*.
- TIM PPPG Matematika. 2005. *Materi Pembinaan Matematika SMP di Daerah*. Yogyakarta: Depdiknas.